

УДК 621.7

Миленин А. А., Кустра П., Пачко М.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВОЛОЧЕНИЯ ПРОВОЛОКИ И ТРУБ ИЗ СПЛАВА MgCa08 В ПОДОГРЕВАЕМЫХ ВОЛОКАХ**

Идея использования проволоки диаметром от 0,1 до 0,9 мм из сплавов магния в качестве материала для сшивания мягких тканей в медицине известна достаточно давно [1]. Такое решение позволяет исключить болезненную операцию снятия швов, поскольку сплавы магния быстро и сравнительно безопасно корродируют в организме человека [2, 3]. На аналогичном подходе основана идея использования саморастворяющихся сосудистых имплантатов, требующих производства капиллярных труб [4]. Однако способы производства таких изделий ограничены низкой пластичностью магния и сплавов на его основе. Предложено несколько методов получения рассматриваемых изделий [5, 6], одним из которых стал метод волочения труб в нагреваемой волоке [4, 7]. Такое решение позволило избежать: – окисления магния, имеющего место в обычных способах нагрева, – потери температуры при транспортировке заготовки и в процессе волочения. С другой стороны, данная технология очень чувствительна к выбору параметров процесса – скорости волочения, температуры волоки, параметров деформирования [7, 8]. Это делает разработку технологии на основе эксперимента трудоемкой и малоэффективной (не имеется возможности оперативного прогноза состояния металла, пока не наступит разрушение). Разработка математической модели процесса волочения могла бы решить эти проблемы, однако такая модель должна включать в себя не только расчеты температуры и напряженно-деформированного состояния (что сделано, например, в работах [8, 9]), но и прогноз разрушения материала. Общая методика построения таких моделей известна [10–12] и опробована для решения поставленных задач, например, в работах [9, 13].

В данной работе ставится цель разработки эмпирических моделей напряжения текучести и разрушения для конкретного сплава магния повышенной биосовместимости (MgCa08) и имплементация этих моделей в решение краевой задачи волочения проволоки и труб в нагреваемых волоках, основанное на методе конечных элементов [14].

Решение краевой задачи теории пластичности основано на использовании модифицированного в работе [14] вариационного принципа Маркова:

$$J = \int_V \int_0^{x_i} s_s(x_i) dx_i dV + \int_V y_0 x_0 dV - \int_F s_t v_t dF, \quad (1)$$

где  $s_s$  – напряжение текучести;  $x_i$  – интенсивность скорости деформации;  $V$  – объем;  $\sigma_0$  – среднее напряжение;  $x_0$  – средняя скорость деформации;  $F$  – поверхность контакта металла с волокой;  $s_t$  – напряжение трения;  $v_t$  – скорость скольжения металла по поверхности волоки.

Подробное описание механической модели и ее тестирование приведены в работе [14].

Модель тепловых процессов основана на совместном решении краевых задач в металле и волоке. Решение для деформируемого металла основано на квазистационарном решении уравнения теплопроводности с учетом мощности тепла, генерируемого пластической деформацией,  $Q = 0,9s_s x_i$ . Теплообмен на поверхности контакта металла с волокой описан уравнением:

$$q_{conv} = a(t - t_\infty), \quad (2)$$

где  $t_{\infty}$  – температура окружающей среды, которая для контакта с волокой принимается равной температуре поверхности волоки в точке (узле) контакта;  $a$  – коэффициент теплообмена.

Поток тепла, генерируемый трением и скольжением металла, определяется уравнением:

$$q_{fr} = 0,9s_s v_t . \tag{3}$$

Модель тепловых процессов в волоке основана на решении уравнения Фурье в цилиндрической системе координат:

$$k \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) + Q = 0 , \tag{4}$$

где  $Q$  – объемная плотность мощности нагревательного элемента. В КЭ модели тепло  $Q$  генерируется в конечных элементах, положение которых соответствует размещению нагревательных элементов в объеме инструмента, включающего в себя волоку (схематически показано на рис. 1).

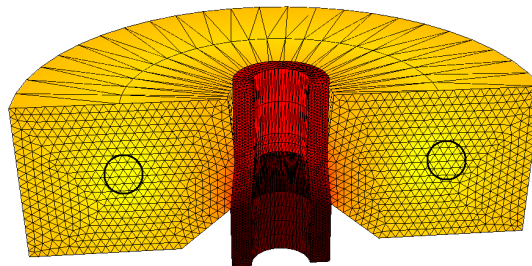


Рис. 1. Сетка конечных элементов металла и инструмента со схематически показанным местом расположения греющих элементов

После дискретизации уравнения (4) по алгоритму МКЭ получаем матричное уравнение:

$$[H] \{t\} = \{P\} , \tag{5}$$

где:

$$[H] = \int_V r k \left( \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial r} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial r} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\}^T \right) dV + \int_S a \{N\} \{N\}^T dS , \tag{6}$$

$$\{P\} = - \int_V r Q \{N\} dV - \int_S a \{N\} t_{\infty} dS , \tag{7}$$

$a$  – коэффициент теплообмена с окружающей средой. Для поверхности контакта с металлом принята величина  $20000 \text{ W/m}^2 \text{ }^{\circ}\text{C}$  (такая же величина принята в выражении (2)), для остальных поверхностей, контактирующих с металлическим оборудованием, принята величина  $400 \text{ W/m}^2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ;  $t_{\infty}$  – температура окружающей среды, которая в случае контакта с металлом берется с соответствующего узла КЭ сетки металла.

Генерация сетки КЭ выполняется отдельно для металла и волоки. Для упрощения обмена данными, сетки эти выполнены с совместными узлами на поверхности контакта.

Особенность модели напряжения текучести для рассматриваемого процесса заключается в том, что эта модель должна быть работоспособна в интервале температур от  $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $300 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , то есть охватывать диапазон от холодной деформации до нижнего предела горячей.

Это связано с тем, что при рассматриваемом процессе волочения в разных объемах очага деформации металл может иметь температуру от 20 °С до 300 °С. И если при 300 °С для рассматриваемого сплава характерна зависимость  $S_s$  от температуры, степени деформации и скорости деформации, то, как показали экспериментальные исследования, приведенные в данной статье, при температуре ниже 200 °С влияние скорости деформации уже пренебрежимо мало. Для решения этой проблемы предложена следующая модификация известного уравнения:

$$S_s = A \exp(-m_1 t) e_i^{m_2} \exp(-m_4 e) x_i^{m_3 k_t}, \quad (8)$$

закрывающаяся в том, что при коэффициенте  $m_3$  вводится поправка:

$$k_t = \left( \frac{t-20}{280} \right)^{m_5}, \quad (9)$$

которая равна нулю при 20 °С и 1 при 300 °С.

В уравнениях (8)–(9)  $A, m_1$ – $m_5$  – эмпирические коэффициенты, подбираемые на основе анализа экспериментальных данных по осадке цилиндрических образцов.

В модели разрушения использованы принципы, изложенные в работах [9–13]. Критерий разрушения (ресурс пластичности) принят по В. Л. Колмогорову:

$$y = \frac{e_i}{e_p(k, t, x_i)} < 1, \quad (10)$$

где  $k = \frac{S_0}{S_s}$ ;  $e_p(k, t, x_i)$  – критическая деформация материала определяется на основе

экспериментов на сжатие и растяжение.

В КЭ программе Drawing 2d [14] уравнение (10) представлено в виде интеграла:

$$y = \int_0^t \frac{x_i}{e_p(k, t, x_i)} dt \approx \sum_{m=1}^{m=m_t} \frac{x_i^{(m)}}{e_p(k, t, x_i)} \Delta t^{(m)} < 1, \quad (11)$$

где  $t$  – время деформирования частицы металла;  $\Delta t^{(m)}$  – приращение времени;  $x_i^{(m)}$  – интенсивность скорости деформации в текущей точке и моменте времени;  $m$  – индекс номера приращения времени в процессе интегрирования по линии тока. Функцию  $e_p(k, t, x_i)$  в данной работе предложено аппроксимировать уравнением:

$$e_p = d_1 \exp(-d_2 k) \exp(d_3 t) x_i^{d_4}. \quad (12)$$

Коэффициенты уравнения (12) определяются на основе эксперимента при разных значениях  $k, t, x_i$ .

Целью эксперимента было получение данных для определения коэффициентов уравнений (8), (9) и (12) для сплава MgCa08. Параметры уравнений (8) и (9) определены только на основе опытов по осадке. Коэффициенты уравнения (12) определены на основе результатов опытов по осадке и растяжению образцов при разных скоростях деформации и температурах. Эксперименты выполнялись на испытательной машине ZWICK250, позволяющей проводить опыты при различных температурах и скоростях деформации. К достоинствам

ZWICK250 следует отнести тот факт, что при испытаниях нагревается вся система – деформирующий инструмент и образец, что существенно снижает неравномерность температуры в образце и делает эту неравномерность легко прогнозируемой с помощью расчетных методов. Для примера на рис. 2, а показан типичный результат расчета распределения температуры в образце с начальной температурой 300 °С на заключительной стадии его осадки в машине ZWICK250. Из рис. 2, а следует, что наблюдается заметный рост температуры (в данном примере до 378 °С, но распределение остается практически равномерным (перепад температуры в сечении образца около 1 °С), что очень важно при интерпретации результатов опытов. Данный аргумент был основным при выборе оборудования для эксперимента. Дело в том, что широко распространенные симуляторы GLEEBLE, часто используемые для пластометрических испытаний, не позволяют обеспечить равномерную температуру в образце (рис. 2, б) и требуют использования сложных методик инверсного анализа, без чего результаты не являются корректными [16].

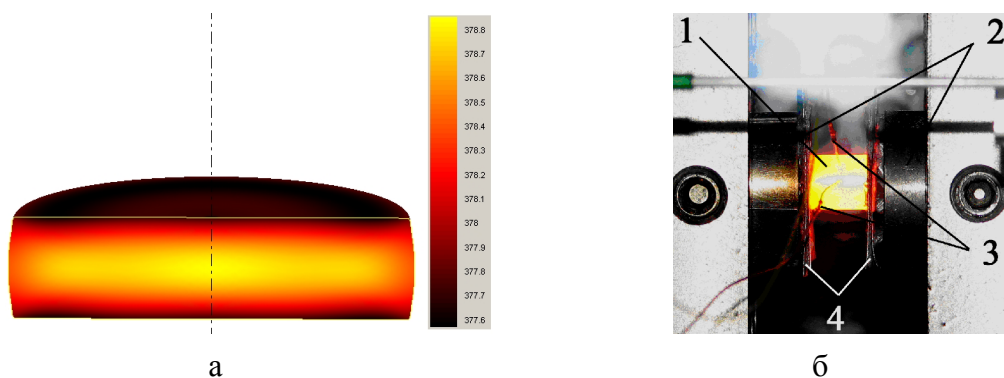


Рис. 2. Распределение температуры в образце во время опытов:

а – при осадке на ZWICK250; б – при осадке на GLEEBLE 3800 [15]; 1 – образец; 2 – холодные бойки; 3 – термопары, контролирующие температуру в центре боковой поверхности образца; 4 – прокладки из тантала и графита

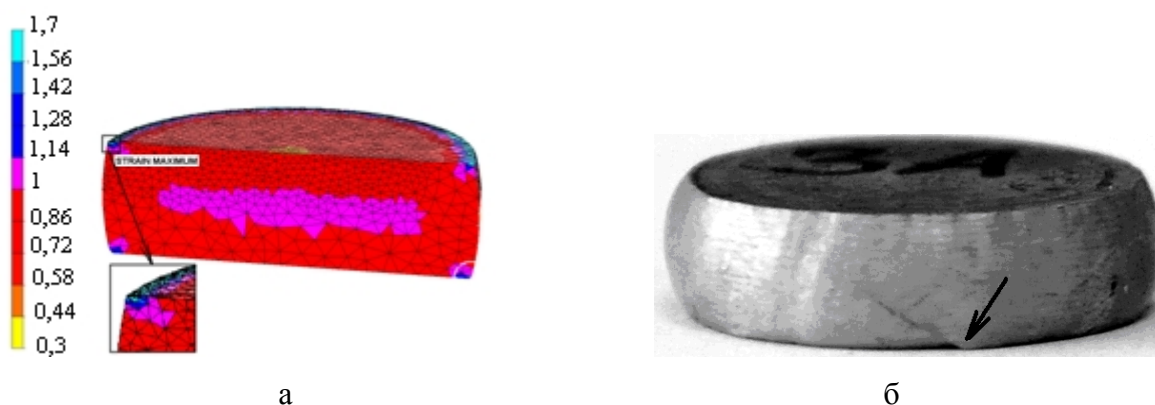


Рис. 3. Результаты моделирования с помощью МКЭ распределения интенсивности деформации в тесте номер 3 из табл. 1 (а) и снимок соответствующего образца с локализацией начального момента разрушения (б)

В испытаниях на осадку были использованы образцы  $d = 8$  мм и  $h = 10$  мм. Условия и результаты опытов приведены в табл. 1. В процессе эксперимента фиксировался момент разрушения образца, что дало возможность использовать результаты как для модели напряжения текучести, так и при определении коэффициентов модели разрушения. Как видно из приведенных снимков изломов, начало разрушения происходит в угловой точке пересечения контактной и боковой поверхностей образца. По этой причине при расчетном определении

напряженно-деформированного состояния металла в момент разрушения, данные брались из этой зоны. В опытах использовалась графитовая смазка. На рис. 3, а показаны результаты моделирования с помощью МКЭ распределения интенсивности деформации в тесте номер 3 из табл. 1 и снимок соответствующего образца с локализацией начального момента разрушения (рис. 3, б). Для моделирования использована программа FORGE3.

Коэффициенты уравнений (8) и (9) определены на основе зависимости сила – перемещение при осадке с помощью следующего алгоритма инверсного анализа. Сила осадки рассчитывается по формуле:

$$P_{calc} = S_s \left( 1 + \frac{fd}{3h} \right) F, \quad (13)$$

где  $f$  – коэффициент трения ( $f = 0,2$ );  $d, h$  – текущие высота и диаметр образца в процессе осадки;  $F$  – контактная поверхность образца с бойками. Коэффициенты уравнений (8) и (9) подбирались таким образом, чтобы функция цели:

$$d = \sum_{n=1}^{N_{pnt}} (P_{calc} - P_{exp})^2 \quad (14)$$

была минимальна. В уравнении (14)  $N_{pnt}$  – число точек на кривых зависимости силы от перемещения, скорости осадки, температуры.

Таблица 1

Условия и результаты эксперимента по осадке образцов из сплава MgCa08

Номер теста	t, [С]	Скорость осадки, [мм/мин]	dH, мм	Интенсивность деформации в момент разрушения	k	Скорость деформации в момент разрушения, [1/с]	Форма образца после осадки
1	300	60	5,8	1,3* * (разрушение не произошло)	-0,68	0,49	
2	300	600	5,6	1,2* * (разрушение не произошло)	-0,66	4,43	
3	250	60	6,1	1,7	-0,79	0,92	
4	250	600	4,7	0,87	-0,57	3,5	
5	200	60	3,0	0,44	-0,50	0,22	
6	200	600	2,3	0,30	-0,45	1,7	
7	100	60	1,8	0,22	-0,36	0,15	
8	20	10	1,5	0,18	-0,43	0,023	

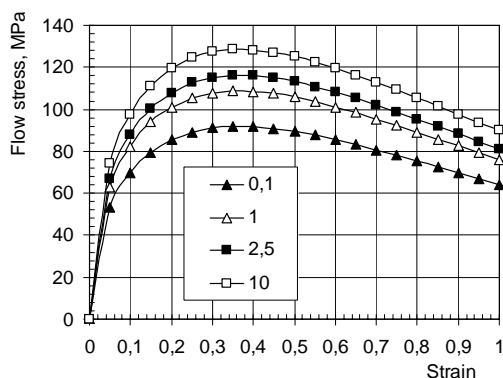
Получены следующие значения коэффициентов уравнений (8)–(9):  $A = 746,608$ ;  $m_1 = 0,00315446$ ;  $m_2 = 0,488657$ ;  $m_3 = 0,0728122$ ;  $m_4 = 1,33826$ ;  $m_5 = 2$ . Графики, иллюстрирующие полученную зависимость, показаны на рис. 4. На рис. 4, г при температуре 20 °С показана одна кривая, поскольку при этой температуре в соответствии с моделью (8)–(9) напряжение текучести от скорости деформации не зависит.

Условия и результаты тестов на растяжение представлены в табл. 2. Величины интенсивности деформации, интенсивности скорости деформации и величину  $k$ , входящие в формулу (12) определены для центра образца в месте разрыва на основе моделирования тестов с помощью МКЭ. Пример расчета для теста 1 из табл. 2 приведен на рис. 5. На основе данных, приведенных в табл. 1 и 2, с помощью метода наименьших квадратов определены коэффициенты уравнения (12):  $d_1 = 0,0461102$ ,  $d_2 = 0,475914$ ,  $d_3 = 0,0102268$ ,  $d_4 = -0,0700915$ . Графики, иллюстрирующие полученную зависимость, приведены на рис. 6.

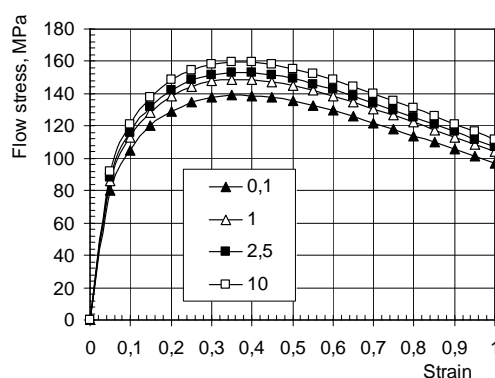
Таблица 2

Условия и результаты опытов на растяжения сплава MgCa08

№ теста	Температура, [°С]	Скорость растяжения, [мм/мин]	Удлинение в момент разрушения, [мм]	Интенсивность деформации в момент разрушения	Скорость деформации в момент разрушения, [1/с]	k	Форма образца после разрыва
1	300	60	22,5	3,0	0,90	0,60	
2	300	600	16	1,8	8,7	0,58	
3	250	60	14	0,66	0,098	0,54	
4	250	600	8,5	0,41	0,66	0,36	
5	200	60	7,5	0,32	0,041	0,36	
8	20	10	1,55	0,065	0,0067	0,33	

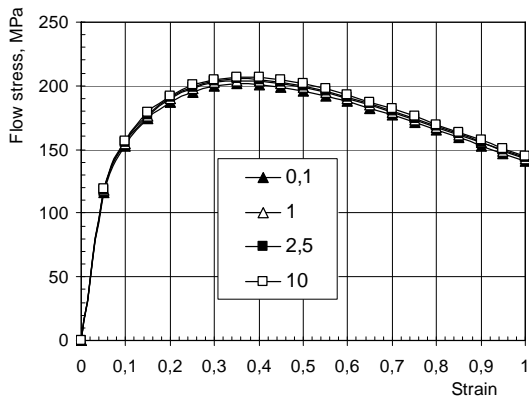


а

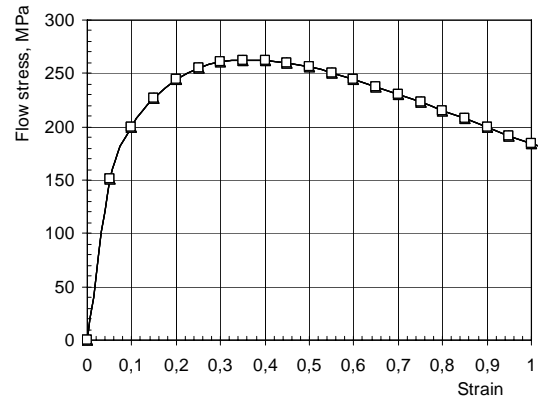


б

Рис. 4. Кривые упрочнения сплава MgCa08 при температурах 300 °С (а), 200 °С (б), 100 °С (в) и 20 °С (г)

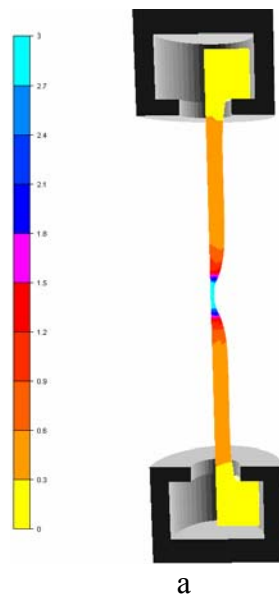


В



Г

Рис. 4, лист 2

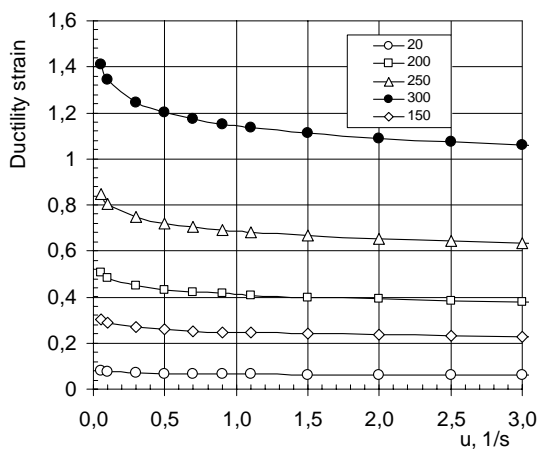


а

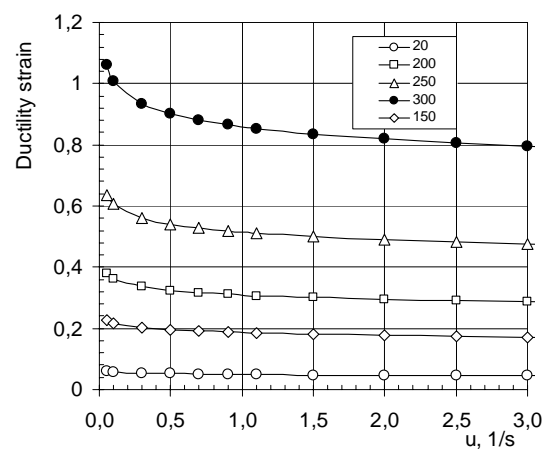


б

Рис. 5. Результат моделювання розподілення інтенсивності деформації для теста номер 1 из табл. 2 (а) и форма образца после разрушения в эксперименте (б)



а



б

Рис. 6. Зависимость критической деформации от интенсивности скорости деформации в момент разрушения для  $k = -0,33$  (а) и  $k = 0,33$  (б) при температурах 20 °С, 150 °С, 200 °С, 250 °С, 300 °С

Рассмотрены следующие условия волочения, для которых выполнено моделирование с использованием полученных моделей сплава MgCa08. Диаметр заготовки 0,5 мм, диаметр проволоки 0,45 мм, коэффициент трения 0,03, половина угла волоки 6 °. Температура волоки определялась из решения для системы металл – волока и на свободных поверхностях инструмента была приблизительно равна 400 °С. Моделирование выполнялось для скорости волочения 0,01–1 м/с. Распределение ресурса пластичности для скорости волочения 0,5 м/с и 0,05 м/с показано на рис. 7. Как следует из представленных данных, при скорости волочения 0,05 м/с ресурс пластичности достигает величины 0,79, тогда как при скорости 0,5 м/с он повышается до значения 1,34, что означает разрушение металла. Максимальное значение ресурса пластичности локализовано вблизи поверхности металла. Зависимость использованного ресурса пластичности от скорости волочения приведена на рис. 8. Из нее следует, что для рассмотренных условий волочение без разрушения может быть достигнуто при скорости волочения ниже 0,1 м/с.

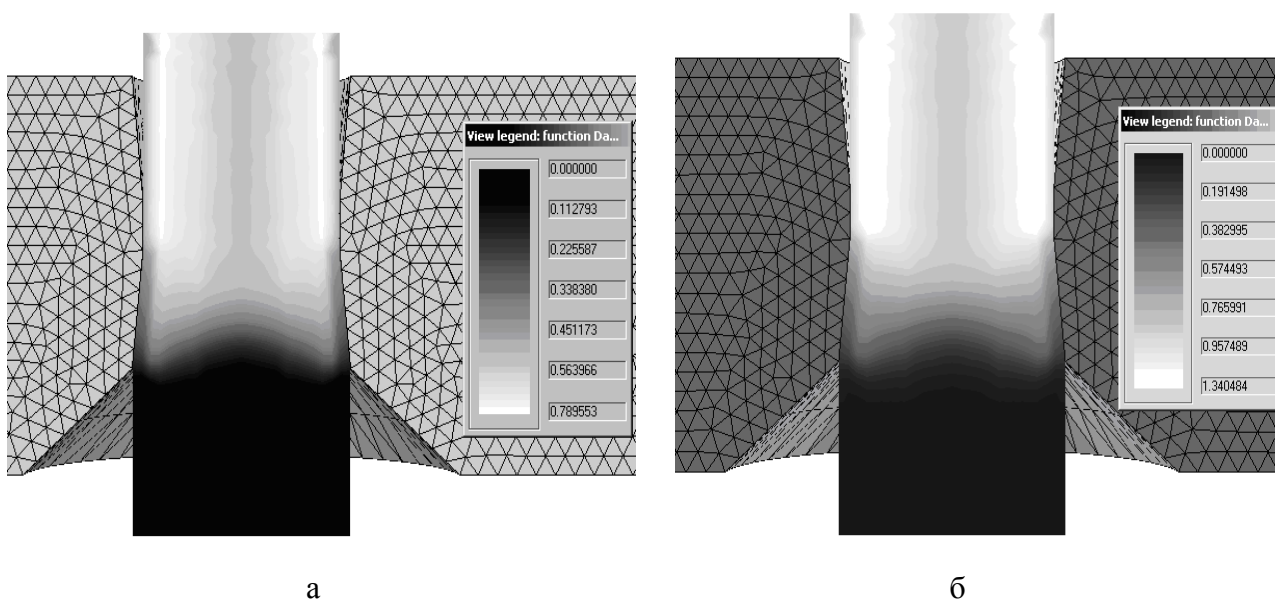


Рис. 7. Распределение ресурса пластичности в проволоке при скорости волочения 0,05 м/с (а) и 0,5 м/с (б)

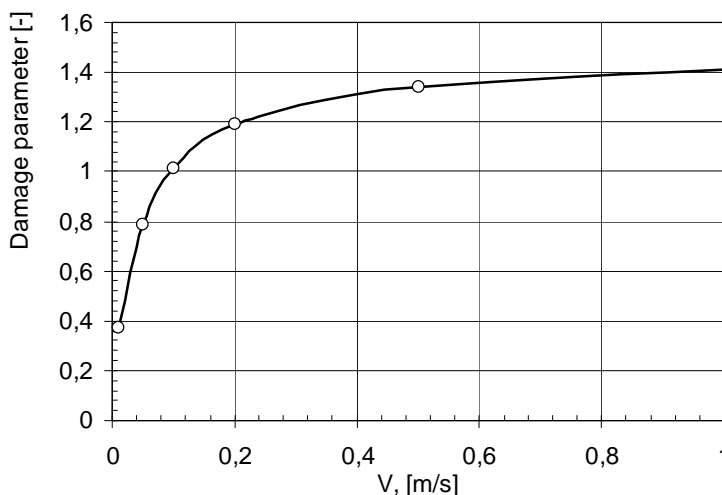


Рис. 8. Зависимость использованного ресурса пластичности от скорости волочения



Представляет интерес сравнение результатов моделирования для волочения проволоки и труб. Рассмотрим свободное волочение заготовки с внутренним диаметром 0,4 мм. Остальные параметры процесса соответствуют рассмотренному выше примеру волочения проволоки. На рис. 9 представлены кривые изменения температуры поверхности металла на выходе из волоки в зависимости от скорости волочения для трубы и проволоки. Как следует из хода кривых, увеличение скорости волочения приводит к снижению температуры поверхности металла, что является следствием уменьшения времени контакта металла с нагретой волокой. Однако при этом в диапазоне скоростей 0–0,25 м/с температура трубы на 20–30 °С выше температуры проволоки, поскольку объем нагреваемого металла в этом случае меньше, чем при волочении проволоки. При высоких скоростях выше становится температура проволоки, поскольку большее значение приобретает охлаждение от окружающей среды и генерация тепла деформации. Таким образом, способ волочения в нагретых волоках более легко реализуем для волочения труб. Сравнение величин ресурса пластичности при скорости волочения 0,1 м/с показало, что при волочении трубы максимальное значение ресурса пластичности составляет 0,74, тогда как при волочении проволоки – 0,78. Последнее связано не только с разницей температур, а также с тем, что при свободном волочении труб меньше величина растягивающих напряжений.

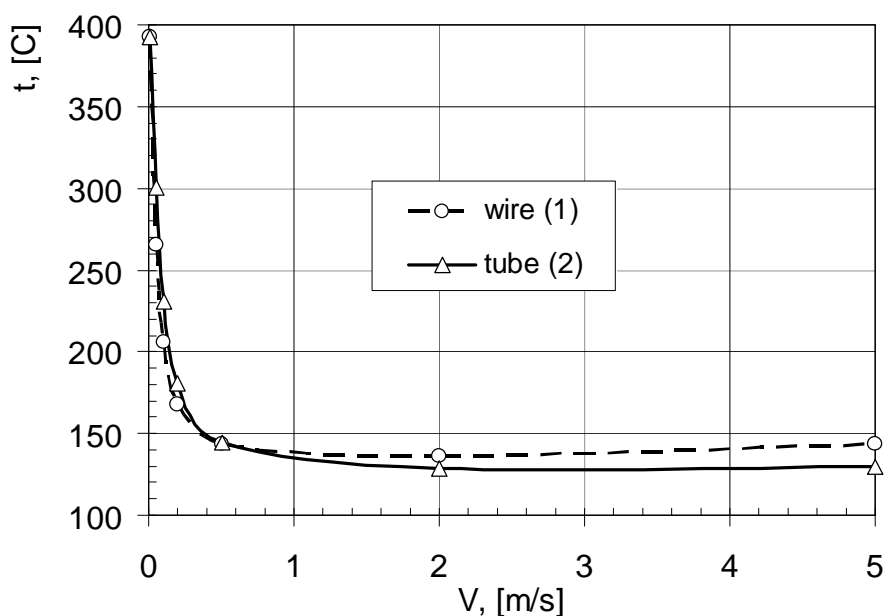


Рис. 9. Зависимость температуры поверхности металла на выходе из волоки от скорости волочения для проволоки (кривая 1) и трубы (кривая 2)

## ВЫВОДЫ

1. Предложены математические модели напряжения текучести и критической деформации сплава MgCa08 для температур 20–300 °С и скоростей деформации 0,01–10 с<sup>-1</sup>. Коэффициенты моделей определены на основе экспериментальных исследований на сжатие и растяжение по предложенной методике.

2. Разработанные модели добавлены в базу данных КЭ программы, моделирующей процессы волочения. Результаты расчета показали, что существует нижняя граница скорости волочения, превышение которой приводит к исчерпанию ресурса пластичности материала.

3. Сравнение процессов волочения в подогреваемых волокнах проволоки и труб показали, что данный способ более пригоден для волочения труб. Это связано с меньшим объемом нагреваемого в процессе волочения металла.

Работа финансирована Министерством науки и высшего образования Польши (MNiSW), в рамках проекта nr 416/N-DFG-SFB/2009/0.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Patent 21081, Kl. 30 I, 8/02, A61117/00. Blumentha B. Reszorbujący się materiał chirurgiczny do szycia i powiązywania i sposób jego wytwarzania / B. Blumenthal, H. Hadenfeldt. – Pierwszenstwo 13.09.1932, (Niemcy).
2. Haferkamp H. Exploration of Magnesium Alloys as New Material for Implantation / Haferkamp H., Kaese V., Niemeyer M., Phillip K., Phan-Tan T., Heublein B., Rohde R. // *Mat.-wiss. u. Werkstofftech*, 32 : Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim, 2001. – S. 116–120.
3. Bach F.-W. Magnesium compound structures for the treatment of bone defects / Bach F.-W., Kucharski R., Bormann D. // *Engineering of Biomaterials*. – 2006. – № 56–57. – S. 58–61.
4. Bach Fr.-W. The Influence of the Chemical Composition and Extrusion Parameters on the Mechanical Properties of Thin-Walled Tubes Made of Magnesium-Calcium Alloys // Bach Fr.-W., Hassel T., Golovko A. N. // *Сучасні проблеми металургії. Наукові вісті. Том 8. Пластична деформація металів. – Дніпропетровськ : «Системні технології», 2005. – S. 379–384.*
5. Eickemeyer J. Drawing of magnesium wires at Ambient temperature. Magnesium / Eickemeyer J., Guth A., Falter M., Opitz R. // *Proceedings of the of 6th Int. Conference «Magnesium alloys and their Applications», Edited by Keiner K.U. : – WILEY-VCH Verlags GmbH & Co. – 2004. – S. 318–323.*
6. Yoshida K. Cold drawing of magnesium alloy wire and fabrication of microscrews. *Steel Grips*. – 2004. – № 2. – S. 199–202.
7. Головки А. Н. Разработка технологии производства капиллярных магниевых труб способами горячей деформации // В кн. «Совершенствование процессов и оборудования обработки давлением в металлургии и машиностроении». – Краматорск, ДГМА, 2006. – С. 231–237.
8. Bach Fr.-W. Modelowanie za pomocą MES procesu ciągnięcia drutów ze stopu magnezu wykorzystywanych w chirurgii / Bach Fr.-W., Milenin A., Kucharski R., Borman D., Kustra P. // *Hutnik*. – 2007. – Nr 1. – S. 8–11.
9. Milenin A. The multiscale FEM simulation of wire fracture phenomena during drawing of Mg alloy / A. Milenin, P. Kustra /, *Steel Research International*. – 2008. – № 79. – Vol. 1. – S. 717–722.
10. Kolmogorov V. *Mechanika obróbki metalu ciśnieniem* / V. Kolmogorov. – Moscow, Metallurgy, 1986.
11. Bogatow A. *Osobennosti reologicznego povedenija i razruszenija metalla pri monotonnoj i znakoperemnoj deformaciji* / A. Bogatow // *Plastyczeskaja deformacja stali i spławów* : Moscow. – 1996. – S. 90–98.
12. Grosman F. Zastosowanie funkcji odkształcalności granicznej do prognozowania utraty spójności materiału / F. Grosman, M. Tkocz // *Mat. 11 Konf. Informatyka w Technologii Metali : Zakopane, 2004. – S. 339–346.*
13. Kustra P. Multiscale modeling and interpretation of tensile test of magnesium alloy in microchamber for the SEM / P. Kustra, A. Milenin, M. Schaper, O. Grydin // *Computer Methods in Materials Science*. – 2009. – Vol. 9. – № 2. – P. 207–214.
14. Milenin A. Program komputerowy Drawing2d – narzędzie do analizy procesów technologicznych ciągnięcia wielostopniowego / A. Milenin // *Hutnik*. – 2005. – № 2. – T. 72. – S. 100–104.
15. Laber K. *Metodyka fizycznego modelowania zjawisk zachodzących w materiale podczas regulowanego walcowania prętów okrągłych* / K. Laber, A. Milenin, J. Markowski // *Materiały konferencyjne Konferencji Sprawozdawczej członków wszystkich Sekcji Komitetu Metalurgii PAN «METALURGIA 2006»*. – Kraków 2006 r. – Akapit. – S. 519–526.
16. Szeliga D. *Inverse Analysis for Identification of Rheological and Friction Models in Metal Forming* / D. Szeliga, J. Gawąd, M. Pietrzyk // *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 195. – 2006. – S. 6778–6798.